Эффективной формой внеклассной работы по математике являются олимпиады и конкурсы. Непрерывные олимпиады — это система соревнований, занимающих длительный промежуток времени (целый учебный год), обеспечивающих равные возможности всех учеников и эффективно содействующих развитию способностей, логического и творческого мышления учащихся. Выигрывают не только победители, но и все участники.

Предлагаемый сборник содержит задания для проведения ежемесячных непрерывных олимпиад в 5 - 11классах общеобразовательной школы.

Учителя математики, основываясь на личном опыте организации и проведения непрерывных олимпиад, представили тексты заданий 4-х туров непрерывной олимпиады по математике, критерии проверки олимпиадных заданий.

В олимпиадных работах школьникам предлагается 5 заданий. Задачи располагаются в порядке возрастания трудности (или сложности). При оценке работ мы руководствуемся принципом: олимпиадное задание состоит из 5 задач, т общая сумма баллов — 30. В олимпиадном задании должны быть 1-2 задачи, доступные большинству учащихся. Иначе участник, не решивший ни одной задачи, теряет уверенность в своих силах, а иногда и интерес к математике. Задачи, включаемые в олимпиадное задание, должны быть из разных разделов школьного курса математики, но, как правило, на материал, изученный в данном учебном году и во втором полугодии предыдущего года. В качестве одной из задач может быть задача, в условии которой фигурируют или решаются вопросы энергосбережения.

Непрерывные олимпиады по математике

5 класс

**I тур**

1. В учебнике 324 страницы. Сколько цифр нужно записать, чтобы их пронумеровать, начиная с первой страницы.
2. В акции «Сохраним дерево – сдадим макулатуру» приняли участие два пятых класса. Известно, что вместе они собрали 400кг макулатуры, причём 5 «А» собрал на 30кг больше, чем 5 «Б». Сколько килограмм макулатуры собрал каждый класс? Сколько каждый класс сохранил деревьев, если 100кг собранной макулатуры сохраняют одно дерево
3. Сумма чисел равна 51. Меньшее число можно получить, если зачеркнуть в большем одну цифру. Найдите эти числа.
4. Поставьте в выражении скобки так, чтобы получилось верное равенство:

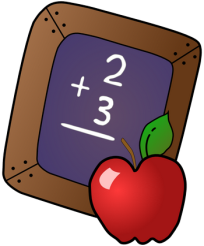
270 + 120 + 390 : 3 · 5 = 1120

1. Один из самых экологичных видов транспорта – электрический транспорт (трамвай, троллейбус), т.к. он не загрязняет окружающую среду. Для решения в городе транспортного вопроса трамвайному депо надо приобрести новые трамваи. По кольцевой дороге в данный момент курсируют с одинаковой скоростью и равными интервалами 12 трамваев. Сколько трамваев надо добавить, чтобы при той же скорости интервалы между трамваями уменьшились бы на одну пятую?

**II тур**

1. Решите уравнение: ((205 – *х*) · 20 + 186) : 102 = 13.
2. Мише учитель математики поставил в дневник отметку «2». Миша, желая скрыть от мамы данный факт, порвал страницу дневника на 4 части. Этого ему показалось мало, поэтому некоторые из этих частей (может быть и не все) он порвал на 4 части и так далее. Мама нашла 20 кусочков дневника. Все ли куски нашла мама?
3. За один ход разрешается: либо заменить число на доске на удвоенное, либо стереть у него последнюю цифру. Вначале на доске написано число 458. Как за несколько ходов получить число 14?
4. Тетрадь, ручка, карандаш и книга стоят вместе 37 рублей. Тетрадь, ручка и карандаш стоят 19 рублей. Книга, ручка и карандаш стоят 35 рублей. Тетрадь и карандаш стоят вместе 5 рублей. Сколько стоит каждый предмет в отдельности?
5. 2013 год был объявлен в Беларуси годом бережливости. Какая цифра будет записана на 2013 месте в следующем ряду чисел: выписаны подряд все натуральные числа 1234567891011121314…

**III тур**

****

1. Наташа нарисовала 5 цветов. Когда она подсчитала количество лепестков, то получилось 37. Сколько ромашек и сколько васильков нарисовала Наташа, если у ромашек 9 лепестков, а у васильков 5?
2. Решите ребус:

С П О Р Т

+

С П О Р Т

\_\_\_\_\_\_\_\_\_

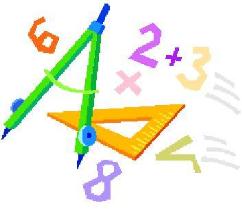
К Р О С С

1. Не выполняя деления, докажите, что значение выражения

200600 · 1006 + 1014 · 100300 делится на 2013. Что это за год?

1. Для того, чтобы разрезать металлическую балку на две части, нужно заплатить 5 тысяч рублей. Сколько будет стоить работа, если балку нужно разрезать на 10 частей?
2. Однажды незнайка со своими друзьями собирал яблоки. Нарвали они не очень много – меньше 60, но и немало – больше 50. Разделили все яблоки поровну. Вдруг видят Чебурашка к ним бежит. Не беда, что из другой сказки. Надо и его угостить. Каждый малыш отдал Чебурашке одно яблоко, и оказалось, что у всех опять яблок поровну. Сколько всего было малышей? Сколько яблок они собрали? Поскольку яблок досталось каждому?

**IV тур**



1. Восстановите уравнение, если его корень – число 97:

695 + (\* + *х*) – 48 = 945.

1. Решите ребус, если известно, что наибольшая цифра в числе С И Л Е Н равна 5.

Р Е Ш И

+

Е С Л И

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

С И Л Е Н

1. В трех мешках находятся крупа. Вермишель и сахар. На одном мешке написано «крупа», на другом – «вермишель», на третьем – «крупа или сахар». В каком мешке что находится, если содержимое каждого из них не соответствует записи?
2. Ребята Аня, Таня, Катя, Ваня и Даня решили на площадке перед домом посадить кусты. Аня и Таня посадили 4 цветка, Таня и Катя – 5, Катя и Ваня – 9, Ваня и Даня – 10, Даня и Аня – 6. Сколько кустов посадил каждый из ребят?
3. Три прыжка волка равны пяти прыжкам лисы. Но за то время, когда волк делает 4 прыжка, лиса делает 7 прыжков. Кто из них бежит быстрее?

**Ответы:**

**I тур**

1. От 1 до 9 однозначных чисел 9. От 10 до 99 имеем 90 двузначных чисел, для их записи необходимо 90 · 2 = 180 цифр. От 100 до 324 имеем 225 трехзначных чисел (324 – 99 = 225), для их записи нужно 225 · 3 = 675 цифр. Всего потребуется 9 + 180 + 675 = 864 цифры.
2. (400 – 30) : 2 = 185(кг) – 5 «Б» класс, (400 + 30) : 2 = 215(кг) – 5 «А» класс. По правилам округления натуральных чисел до сотен 185 ≈ 200, 215 ≈ 200. Значит, каждый класс сохранил по 2 дерева.
3. 47 + 4 = 51. В большем числе зачеркнули цифру 7.
4. 270 + (120 + 390) : 3 · 5 = 1120
5. Т.к. длина интервалов обратно пропорциональна числу трамваев, то трамваев должно быть: 12 : (1 – 1/5) + 12 : 4/5 = 12 · 5/4= 15. Значит, надо добавить 3 трамвая.

**II тур**

1. *х* = 148.
2. Нет, т.к. число кусков могло быть 4; 7; 10; 13; 16; 19; 22; …
3. 458 – 45 – 90 – 180 – 360 – 720 – 72 – 7 – 14.
4. Два первых набора отличаются на книгу, отсюда следует, что книга стоит 37 – 19 = 18(руб.). Аналогично, из первого и третьего условия следует, что тетрадь стоит 37 – 35 = 2 (руб.). Далее, карандаш – 3рубля, ручка – 14 рублей.
5. Начнём считать цифры: от 1 до 9 – 9 цифр; от 10 до 99 – 180 цифр; остаётся 2013 – 189 = 1824. Далее идут трехзначные числа: 1800 цифр будут до числа 699 включительно. 24 цифры уйдут на следующие 8 чисел, т.е. 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707. Это цифра 7.

**III тур**

1. Решение внесено в таблицу: 3 ромашки и 2 василька

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| количество ромашек | количество лепестков | количество васильков | количество лепестков | всего лепестков |
| 1 | 9 | 5 - 1 = 4 | 5 · 4 = 20 | 9 + 20 = 29 |
| 2 | 9 · 2 = 18 | 5 – 2 = 3 | 5 ·3 = 15 | 18 + 15 = 33 |
| 3 | 9 ·3 = 27 | 5 – 3 = 2 | 5 ·2 = 10 | 27 + 10 = 37 |

43972

+

43972

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

87944

1. 200600 · 1006 + 1014 · 100300 = 200600 (1006 + 1014) = 200600 · 2013
2. 5 · 9 = 45 тысяч рублей (рисунок)
3. Общее число яблок должно делиться на два соседних натуральных числа: на число всех малышей и на это число, увеличенное на 1. Среди чисел, больших 50 , но меньших 60, этому условию удовлетворяет только число 56 = 7 · 8. Значит. Собрали 56 яблок, малышей было 7, и каждому досталось по 8 яблок. А с Чебурашкой по 7 яблок.

**IV тур**

1. Подставим в уравнение вместо *х* число 97 и решим уравнение относительно (\*): 695 + (\* + 97) – 48 = 945, тогда \* = 201. Исходное уравнение:

695 + (201 + *х*) – 48 = 945.

1. Т.к наибольшая цифра в числе С И Л Е Н равна 5, то С = 1. Остальные четыре цифры в данном числе будут 2, 3, 4, 5. Т.к. Н < 6, то И = 2. А значит, Н = 4. Т.к. Л > Е (по условию), то Л = 5. А тогда уже легко находим остальные цифры: Ш = 8, Р = 9. В итоге получается:

9382

+

3152

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

12534

1. Заполним таблицу по тексту задания:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | крупа | вермишель | сахар |
| крупа или сахар | - | + | - |
| крупа | + | - | - |
| вермишель | - | - | + |

Ответ виден из таблицы.

1. А + Т = 4

Т + К = 5

К + В = 9

В + Д = 10

Д + А = 6

2(А + Т + К + В + Д) = 34, значит А +Т +К +В +Д = 17. Так как Т +К + В +Д = 5 +10 = 15, то А = 2. Тогда Т = 2, К = 3, В = 6, Д = 4.

1. Пусть за 3 минуты лиса сделает 7 · 3 = 21 прыжок. Волк за это время сделает 4 · 3 = 12 прыжков. Учитывая условие задачи, получим, что 12 волчьих прыжков – это 5 · 4 = 20 лисьих. Получается, что пока лиса пробегает путь, равный 21 своему прыжку, волк пробежит путь длинной 20 лисьих прыжков. Значит, лиса бежит быстрее.

6 класс

**I тур**

1. Провели опрос среди жильцов одного из домов на применение энергосберегающих лампочек и экономию электроэнергии. Результаты опроса получили следующие: применяют энергосберегающие лампочки – 42 жильца, экономят электроэнергию – 15, и применяют лампочки и экономят энергию – 8, не делают ни того, ни другого – 5. Сколько жильцов приняло участие в опросе?
2. Алеша, Боря и Витя учатся в одном классе. Один ездит домой из школы на автобусе, другой – на трамвае, третий – на троллейбусе. Однажды после уроков Алеша пошел проводить друга до автобусной остановки. Когда мимо них проходил троллейбус, третий друг крикнул из троллейбуса: «Боря, ты забыл в школе тетрадь!». Кто на чем ездит домой?
3. Не приводя к общему знаменателю, сравните дроби  и .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | 9 |
|  | 6 |  |
|  |  | 5 |

1. Даны числа 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. Требуется вписать их в пустые клетки так, чтобы в любом направлении в сумме получалось одно и то же число. Часть чисел уже вписана.
2. В урне лежат 5 белых, 6 черных и 7 красных шариков. Из урны, не глядя, вынимают один шарик за другим. Сколько шариков достаточно вытянуть, чтобы среди них оказались шарики всех цветов?

**II тур**

1. Какой цифрой оканчивается сумма ?
2. В бассейне с горизонтальным дном размером 20х50 м находится 100000л воды. Можно ли в этом бассейне проводить соревнования по плаванию (сможет ли спортсмен плыть, не задевая руками и ногами за дно)?
3. Сократить дробь: .
4. В одном классе уроки по математике, истории и русскому языку ведут три учителя: Архипов, Морозов и Светлов. Определите, кто из них какой предмет ведет, если известно, что

а) все трое – Морозов, учитель математики и Светлов – идут из школы домой вместе;

б) учитель истории старше учителя математики, а Морозов – самый младший среди них.

1. В квартире работали телевизор (25 Вт), утюг (5 Вт) и видеомагнитофон (15 Вт). Потом включили еще электрический чайник. Потребляемая мощность увеличилась на 10%. Какова мощность электрического чайника?

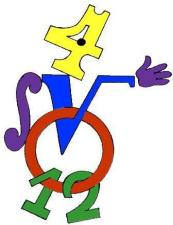
**III тур**

1. Цену товара уменьшили на 10%, а потом еще на 10%. Стал бы товар дешевле, если его цену сразу снизили бы на 20%?
2. Расставьте скобки и знаки действий, чтобы равенство было верным:

= 2013.

Что это за год?

1. Поезд идет со скоростью 40км/ч. По наблюдению машиниста встречный поезд, длина которого 75м, проходит мимо него за 3с. Какова скорость встречного поезда?
2. Произведение четырех последовательных нечетных чисел равно 945. Найдите эти числа.
3. Василий, Николай, Петр и Степан – учащиеся 4, 5, 6, 7 классов – пошли по грибы. Шестиклассник не нашел ни одного белого гриба, а Петр и ученик 4 класса – 8 штук. Василий и пятиклассник нашли много подосиновиков и позвали Николая. Семиклассник, шестиклассник и Николай смеялись над Степаном, сорвавшим мухомор. В каком классе учится каждый из ребят?

**IV тур**

1. Определите, какой цифрой заканчивается сумма всех трехзначных чисел.
2. Во время субботника три класса должны посадить 24 саженца деревьев. В пятых классах 32 ученика, в шестых – 28, а в седьмых – 36 учеников. Как разделить саженцы по классам пропорционально числам учеников в классах?
3. Среди 12 монет имеется одна фальшивая. Найдите ее четырьмя взвешиваниями на весах с двумя чашками без гирь, если неизвестно, легче она или тяжелее остальных.
4. В магазине было 5 ящиков с яблоками массой 15кг, 16кг, 18кг, 19кг, 20кг, 31кг. Два покупателя взяли 5 ящиков. Один из них взял по массе в два раза больше яблок, чем второй. Какой ящик остался в магазине?
5. Набрали полную ванну холодной воды. Потом 40% вылили и добавили горячей воды столько, чтобы ванна оказалась полной. Сколько израсходовано горячей и холодной воды, если объем ванны равен 110,5л?

**Ответы:**

**I тур**

1. Решим задачу кругами Эйлера:

5

8

15

42

42 + (15 – 8) + 5 = 54 жильца

1. Решим задачу, заполнив таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Алеша | Боря | Витя |
| автобус | - | + | - |
| троллейбус | - | - | + |
| трамвай | + | - | - |

1. Преобразуем данные дроби:  и . Так как , тогда .

Ответ: <.



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 7 | 2 | 9 |
| 8 | 6 | 4 |
| 3 | 10 | 5 |

1. 14 шариков

**II тур**

1. Цифрой 8.
2. Нет. Найдем высоту воды в бассейне: надо объем воды разделить на площадь дна. Но вначале поработаем с единицами измерения: , то . , то . Значит, .
3. .
4. Архипов преподает математику, Морозов – русский язык, Светлов – историю.
5. 1) 25 + 5 + 15 = 55(Вт) - потребляемая мощность без чайника;

2) 55 Вт – 100%

*х*Вт – 110 %, тогда (Вт) - потребляемая мощность с чайником;

3) 60,5 – 55 = 10,5(Вт) – мощность электрического чайника.

**III тур**

1. Да. Пусть цена товара равна 100 рублей, после первого снижения его цена стала 100 - 10 = 90(руб.), после второго снижения – 90 – 9 = 81(руб.).если же цену товара сразу снизить на 20%, то она будет 100 – 20 = 80(руб.). 81>80.
2. . 2013 год – год бережливости.
3. , , , скорость сближения поездов 90км/ч, значит скорость встречного поезда равна 90 – 40 = 50км/ч.
4. Необходимо разложить число 945 на простые множители:

945 = 3·3·3·5·7 = 3·5·7·9

1. Задачу удобно решать таблицей:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 4 класс | 5 класс | 6 класс | 7 класс |
| Василий | - | - | + | - |
| Николай | + | - | - | - |
| Петр | - | - | - | + |
| Степан | - | + | - | - |

**IV тур**

1. Сумма каждой сотни чисел оканчивается цифрой 5:

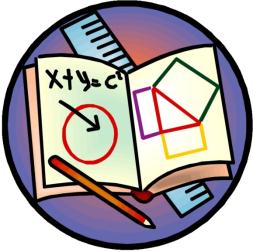
0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 +6 + 7 + 8 + 9 = 45. Сотен 9, значит, последняя цифра тоже будет 5: 5 · 9 = 45

1. Для пятых классов – 8 саженцев, для шестых – 7 саженцев, для седьмых – 9 саженцев.
2. При первом взвешивании положим на чашки весов по 4 монеты. Если весы будут в равновесии, то двумя взвешиваниями из четырех оставшихся монет легко выделить фальшивую. Если же равновесие будет нарушено, то на весах есть фальшивая монета. Вторым взвешиванием сравним вес легкой четверки с оставшейся четверкой. Если весы останутся в равновесии, то фальшивая монета будет в тяжелой четверке, и ее выделить можно тоже двумя взвешиваниями. Если при втором взвешивании одна чашка весов опустится, то фальшивая монета – одна из четырех легких. Ищем ее тоже двумя взвешиваниями.
3. Так как один покупатель взял яблок по массе в два раза больше, чем второй, значит масса пяти ящиков должна делиться на 3. Очевидно,

(15 + 16 + 18 + 19 + 31) : 3 = 99 : 3 = 33. Значит, в магазине остался ящик массой 20кг.

1. 110,5 · 0,4 = 44,2(л) вылили холодной воды и столько же добавили горячей воды. Значит, 110,5 + 44,2 = 154,7(л) израсходовано воды. Или израсходовано было 110% + 40% = 140% воды, т.е. 110,5 · 1,4 = 154,7 (л).

7 класс

**I тур**

1. В первом туре олимпиады по энергосбережению участвовало не более 100 человек, причем девочек среди них было в 2 раза больше чем мальчиков. Во второй тур прошло ровно 4% всех участников. Найдите число участников, не прошедших во второй тур.
2. В одном месяце три среды пришлись на четные числа. Какого числа в этом месяце будет вторая суббота?
3. Поставьте знаки модуля так, чтобы равенство 1 – 2− 4 – 8 – 16 = 19 стало верным.
4. Историческая задача. М.В. Ломоносов тратил одну денежку на хлеб и квас. Когда цены выросли на 20%, на ту же денежку он приобретал полхлеба и квас. Хватит ли той же денежки хотя бы на квас, если цены еще вырастут на 20%?
5. Задача, которую решил в юности Пуассон. Некто имеет 12 пинт меда и хочет отлит из этого количества половину, но у него не6т сосуда вместимостью вместимостью 6 пинт. У него 2 сосуда: один – вместимостью в 8 пинт , а другой – вместимостью – 5 пинт. Каким образом налить 6 пинт меда в сосуд на 8 пинт?

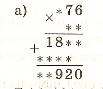
**II тур**

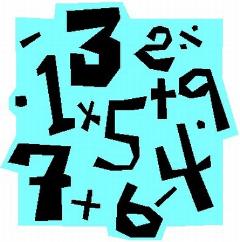
1. Фирма, продававшая энергосберегающие лампочки, провела презентацию в трех городах. В первом городе они продали половину и одну треть всего товара. Во втором – половину и одну треть от того, что у них осталось, и в третьем – половину и одну треть от того, что осталось. Когда они подвели итоги продаж, то получилось, что у них осталось всего 110 лампочек. Сколько лампочек было первоначально?
2. Как построить угол в 3º, имея шаблон угла в 17º?
3. Старинная болгарская задача. Рыбак ловил рыбу. На вопрос: «Сколько ты поймал рыбы?»- ответил: «Половину восьми, шесть без головы и девять без хвоста». Сколько рыбы поймал рыбак?
4. Вычислите 1+2 – 3 − 4 + 5+ 6 − 7 − 8+ ….+ 2010 − 2011 – 2012 + 2013.
5. За два года предприятие снизило объем выбросов в атмосферу на 51%. При этом каждый год объем продукции снижался на одно и тоже число процентов. На сколько?

**III тур**

****

1. Сковорода вмещает 6 ломтиков батона. Для поджаривания одной стороны каждого ломтика необходимо 30 секунд. За какое наименьшее время можно на этой сковороде поджарить 33 ломтика?
2. Два перерабатывающих завода должны были по плану переработать 18 тонн вторсырья. Первый завод выполнил свой план на 120%, а второй – на 125%. Сколько вторсырья переработали два завода?
3. На свои деньги Глафира Петровна могла бы купить 8 простых и 7 энергосберегающих лампочек либо 7 простых и 8 энергосберегающих лампочек. Сколько она смогла бы купить одних простых лампочек?
4. В треугольнике АВС проведены биссектрисы углов А и В, угол между ними равен 125º. Найдите угол С.
5. Решите числовой ребус:



**IVтур**

1. В нашей школе 1048 учащихся. Можно ли утверждать, что по крайней мере три ученика должны отмечать свой день рождения в Международный день энергосбережения?
2. Вычислите: (1 −) · (1 −) · (1 −) · (1 −) · … · (1 −)
3. Учащиеся 7 класса участвовали в акции по посадке деревьев. В результате 95% посадили березу, 90% - ель, 80% - клен и 75% - рябину. Какое минимальное количество учащихся в % посадили все из перечисленных деревьев?
4. Какой угол образуют стрелки в 12 часов 20 минут?
5. На сторонах АВ, ВС и АС равностороннего треугольника АВС взяты соответственно точки М, К, Р, так что АМ=ВК=СР. Каков вид треугольника МКР?

**Ответы**

**I тур**

1. Если в одном месяце три среды пришлись на четные числа, то это возможно при условии, что месяц не февраль и начинается со вторника. Тогда среда будет второго, шестнадцатого и тридцатого, а вторая суббота будет двенадцатого числа.
2. ||1 − 2| − |4 − 8| − 16|=19.
3. Пусть х и у – первоначальная ценна хлеба и кваса. Тогда х+у=1,2 (0,5х+у), откуда х=0,5у. так как вначале денежки хватало на х+у, то ее хватало на 1,5у. После второго повышения цен квас будет стоить 1,44у. Поэтому денежки на квас хватит.
4. Схема решения:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Сосуд | | |
| на 12 пинт | на 8 пинт | на 5 пинт |
| 12 | - | - |
| 4 | 8 | - |
| 4 | 3 | 5 |
| 9 | 3 | - |
| 9 | - | 3 |
| 1 | 8 | 3 |
| 1 | 6 | 5 |
| 6 | 6 | - |

**II тур**

1. 2376 лампочек. В каждом городе покупали по + = товара фирмы, а у них оставалось по от того, что было до этого города.
2. Так как 17·21=357., то для построения угла в 3º то надо 21 раз отложить угол 17º таким образом, чтобы все время одна из сторон у 2 соседних была общей. После этого оставшаяся часть и будет 3º
3. Ни одной рыбы.
4. Разобьем все числа, начиная с 2, на четверки. Всего четверок получится 503. Сумма чисел в каждой четверке равна 0. Тогда сумма всего выражения равна 1.
5. Пусть ежегодно выброс снижался на х %. Примем первоначальные выбросы за 1. Тогда через год будет выброшено 1 – 0,01х, а через два года – (1 – 0,01х)2. По условию это число равно 0,49, откуда х=30.

**III тур**

1. 5 минут 30 секунд
2. 22 тонны.
3. Так как Глафира Петровна, покупая на 3 простые лампочки меньше, сможет купить на 1 энергосберегающую лампочку больше, то цена одной энергосберегающей лампочки равна цене 3 простых. Значит, она сможет купить 29 простых лампочек.
4. 70º
5. 376 \* 45= 16920

**IV тур**

1. Не обязательно.
2. 40%
3. В 12.00 стрелки часов сходятся вместе. После этого за 20 минут минутная стрелка проходит треть полного угла, то есть описывает угол в 120º. Часовая стрелка движется в 12 раз медленнее минутной, поэтому за 20 минут она опишет угол в 10º и будет составлять с минутной стрелкой угол в 110º.
4. Равносторонний.

8 класс

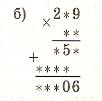
**I тур**

****

1. Разложите на множители х4 +324.
2. Каково минимально возможное число учеников в 11 классе, если известно, что процент отличников в данном классе заключен в пределах от 2,5% до 2,9%?
3. Углы, прилежащие к одной из сторон треугольника, равны 15º и 30º. Какой угол образует с этой стороной проведенная в ней медиана?
4. В классе 70% учащихся принимали участие в сборе макулатуры и 80% - в сборе пластиковых бутылок. Сколько процентов учащихся класса участвовали во всех акциях? (предполагается, что каждый учащийся участвовал хотя бы в одной акции).
5. Во время стирки материя садится на по длине и на по ширине. Сколько метров материи шириной 90 см надо купить, чтобы после стирки иметь 51 м2 ?

**II тур**

1. Четыре аспиранта участвовали на научных конференциях: первый на конференции по энергосбережению и использованию вторичного сырья, получив в качестве командировочных 400€; второй участвовал в конференции по использованию вторичного сырья и священной проблемам охраны лесов, получив в качестве командировочных 120€; третий был приглашен на конференции по энергосбережению и проблемам охраны лесов, а так же дважды участвовал в конференциях по рациональному использованию водных ресурсов, причем командировочные третьего аспиранта составили 500€; четвертый аспирант участвовал в конференциях по энергосбережению и рациональному использованию водных ресурсов. Сколько командировочных получил четвертый аспирант?
2. Какое самое большое число можно записать с помощью трех двоек?
3. Через точку Е проведены 4 прямые так, что ВЕЕК, ЕС⊥ЕМ, и проведена прямая ВМ, пересекающая данные прямые так, что ВЕ=ЕМ. Прямая ВМ пересекает ЕК в точке К, ВМ пересекает ЕМ в точке С. Докажите, что ВЕС = ЕМК.
4. Бригада лесорубов решила вырубить сосновый лес, но экологи запротестовали. Тогда бригадир успокоил экологов, сказав им: «В нашем лесу сосны составляет 99% от всего леса. После рубки леса сосны будут составлять 98% всех деревьев». Какую часть леса вырубит бригада?



1. Решите числовой ребус

**III тур**

1. Стиральная машина в среднем потребляет 2 кВт·ч. При стирке с неполной загрузкой стиральной машины теряется 15% электроэнергии. Каковы потери электроэнергии, если хозяйка при стирке допускала эту ошибку в течение недели (время работы стиральной машины – 2 часа в день)?
2. «Купец купил 138 аршин черного и синего сукна на 540 рублей. Спрашивается, сколько аршин купил он того и другого, если синее стоило 5 рулей за аршин, а черное 3 рубля? (А.П. Чехов «Репетитор»)
3. Передвиньте одну цифру так, чтобы равенство стало верным: 101-102=1.
4. До отхода поезда остается 2 минуты. Путь до вокзала 2 км. Если первый километр бежать со скоростью 30 км/ч, то с какой скоростью нужно пройти второй километр, чтобы успеть вовремя?
5. Через сколько минут после того, как часы показали ровно 4 часа, минутная стрелка догонит часовую?

**IV тур**

1. На какую цифру оканчивается число 992014?
2. Задача Безу. Некто купил лошадь и спустя некоторое время продал ее за 24 пистоля. При этой продаже он теряет столько процентов, сколько стоила его лошадь. Спрашивается, за какую сумму он ее купил?
3. Внедрение одного изобретения сокращает потребление электроэнергии на 50% , второго – на 40%, а третьего – на 10%. На сколько процентов позволит сократить потребление электроэнергии внедрение всех трех изобретений?
4. Расставьте числа 245, 336, 427, 518  в порядке возрастания.
5. Высота треугольника в 2 раза меньше его основания, а один из углов при основании равен 75º. Докажите, что этот треугольник равнобедренный?

**Ответы:**

**I тур**

1. х4+324 = х4 +36х2 +324- 36х2 = (х2 +18)2 – (6х)2= (х2− 6х +18) (х2 + 6х +18)
2. Пусть n- количество учащихся, k – количество отличников. Тогда 2,5 · 100 2,9, откуда k n 40k. При k=1 имеем 3440, то есть минимально возможное число учащихся равно 35. При k2 все значения n, удовлетворяющие неравенству, не соответствуют смыслу задачи.
3. 45º.
4. 50%
5. После стирки от одного метра (длины) материи останется · · 0,9 = метра., поэтому нужно купить 64 метра материи.

**II тур**

1. 390€.
2. 222
3. Воспользуйтесь свойством равнобедренного треугольника.
4. При рубке сосен количество деревьев других пород не изменится. Вначале эти деревья составляли 1% леса, а после рубки составляет 2% леса. Но если доля прочих деревьев возрастет в 2 раза, то это означает, что лес уменьшится в 2 раза. Поэтому бригада вырубит половину леса.
5. 239\* 54=12906

**III тур**

1. 4,2 кВт.
2. 75 аршин синего сукна и 63 аршина черного сукна.
3. 101 – 102 =1
4. При скорости бега 30 км/ч на первый километр пути необходимо затратить 2 минуты. Это означает, что поезд уйдет.
5. Так как скорость минутной стрелки больше в 12 раз скорости часовой, то обозначив за х – время, пройденное часовой стрелкой, 12х – будет время минутной и, учитывая, что первоначально между ними было 20 минут, получим уравнение 12х=х+20, х= . тогда минутная догонит часовую через 20+ минуты.

**IV тур**

1. 1.
2. Пусть х пистолей стоимость лошади и, учитывая, что при продаже было потеряно х%, получаем уравнение: х – . Решая его, получаем х=40 или х=60.
3. В результате внедрения всех трех изобретений потребление электроэнергии может составить минимум ··= прежних затрат. Поэтому они уменьшатся в лучшем случае на 73%. (Это ели сами изобретения оказывают на потребление электроэнергии абсолютно независимое действие друг от друга).
4. 245=(25)9=329, 336=(34)9=819, 427=(43)9=649, 518=(52)9=259

9 класс

**I тур**

1.Сколько существует четырехзначных чисел, не делящихся на 1000, у которых первая и последняя цифры чётны?

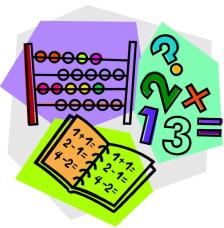
2.Когда Винни-Пух пришел в гости к Кролику, он съел 3 тарелки меда, 4 тарелки сгущенки и 2 тарелки варенья, а после этого не смог выйти наружу из-за того, что сильно растолстел от такой еды. Но известно, что если бы он съел 2 тарелки меда, 3 тарелки сгущенки и 4 тарелки варенья или 4 тарелки меда, 2 тарелки сгущенки и 3 тарелки варенья, то спокойно смог бы покинуть нору гостеприимного Кролика. От чего больше толстеют: от варенья или от сгущенки?

3.Среди целых чисел от 8 до 17 включительно зачеркните как можно меньше чисел так, чтобы произведение оставшихся было точным квадратом. В ответе укажите сумму всех вычеркнутых чисел.

4. Найти все натуральные числа, оканчивающиеся на 2013, которые после зачеркивания последних   четырех цифр уменьшаются в целое число раз.

5.На основаниях AB и CD трапеции ABCD взяты точки K и L. Пусть E – точка пересечения отрезков AL и DK, F – точка пересечения BL и CK. Доказать, что сумма площадей треугольников DADE и DBCF равна площади четырёхугольника EKFL.

**II тур**

****

1. Найдите последнюю цифру числа 62013+20136

2.Лист бумаги разрезали на 5 частей, некоторые из этих частей разрезали на 5 частей, и т. д. Может ли за некоторое число разрезаний получиться 2013 листков бумаги?

3. На плоскости дан отрезок АВ. Где может быть расположена точка С, чтобы ?АВС был остроугольным?

4.Команда из Пети, Васи и одноместного самоката участвует в гонке. Дистанция разделена на участки одинаковой длины, их количество равно 42, в начале каждого — контрольный пункт. Петя пробегает участок за 9 мин, Вася — за 11 мин, а на самокате любой из них проезжает участок за 3 мин. Стартуют они одновременно, а на финише учитывается время того, кто пришел последним. Ребята договорились, что один проезжает первую часть пути на самокате, остаток бегом, а другой — наоборот (самокат можно оставить на любом контрольном пункте). Сколько участков Петя должен проехать на самокате, чтобы команда показала наилучшее время?

5.Квадраты со сторонами 15 дм и 17 дм пересекаются. После удаления их общей части остались две области. Чему равна разность их площадей?

**III тур**

1.На базаре продаются лампочки, накаливания и энергосберегающие. Сегодня три лампочки накаливания и одна энергосберегающая стоят вместе столько же, сколько пять лампочек накаливания вчера. А две лампочки накаливания и одна энергосберегающая сегодня стоят вместе столько же, сколько три лампочки накаливания и одна энергосберегающие вчера. Можно ли по этим данным выяснить, что дороже: одна лампочки накаливания и две энергосберегающие сегодня, или пять энергосберегающих вчера.

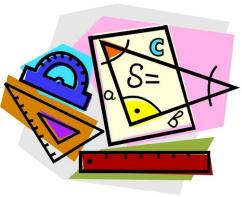
2. Докажите, что если а2+в2 + ав + вс + са< 0, то а2 +в2 < с2.

3. Несколько ящиков вместе весят 10 тонн, причем каждый из них весит не более одной тонны. Сколько трехтонок заведомо достаточно, чтобы увезти этот груз?

4.График квадратичной функции *у = х2 + вх + с* - парабола с вершиной в точке (1; -3). Принадлежит ли этому графику точка (2; -2)?

5.Меньшее основание трапеции DC=b, большее основание AB=a. На продолжении меньшего основания найти точку М при условии, чтобы прямая АМ разделяла трапецию на две равновеликие части.

**IV тур**

1.В классе 35 учеников. Из них 20 занимаются в кружке «Берегоша», 11 - в математическом, 10 ребят не посещают кружки. Сколько математиков увлекается энергосбережением ?

2. Из трех различных цифр X, Y, Z образованы всевозможные трехзначные числа. Сумма этих чисел в три раза больше трехзначного числа, каждая цифра которого есть X. Найдите цифры X, Y, Z.

3. Найдите сумму:

4.На сторонах АВ, АС и ВС треугольника АВС даны точки М, Т, К такие, что четырехугольник КТМВ – параллелограмм. Найдите площадь этого параллелограмма, если известно, что площади треугольников АМТ и КТС соответственно равны S1 и S2.

5.Докажи, что число а2-1 при а нечетном делится на 8

**Ответы**

**I тур**

1.Ответ: 1996.

Решение. Первая цифра числа может быть любой из четырёх (2,4,6 или 8), вторая и третья – любой из десяти каждая, а четвёртая, если отказаться от условия « не делящихся на тысячу», - любой из пяти ( 0,2, 4,6 или 8). Следовательно, четырёхзначных чисел, в записи которых первая и последняя цифры чётны, всего имеется 4+10+10+5= 2000; так как среди них четыре числа (2000, 4000, 6000, 8000) делятся на 1000, то чисел, удовлетворяющих условию задачи, окажется 2000 – 4 = 1996.

2.Ответ: от сгущенки.

Решение: По условию 3м + 4с + 2в > 2м + 3с + 4в, откуда м + с > 2в. (\*) По условию же 3м + 4с + 2в > 4м + 2с + 3в, откуда 2с > м + в. Складывая последнее неравенство с неравенством (\*), получаем м + 3с > м + 3в, откуда с > в.

3.Ответ: 55.

Решение: Чтобы произведение было точным квадратом, нужно, чтобы каждый простой множитель входил в него в четной степени. В произведение 8 · 9·...· 17 в нечетной степени входят 2, 7, 11, 13 и 17. Значит, мы обязаны вычеркнуть сомножители 11, 13 и 17. А вот чтобы «убить» лишние простые множители 2 и 7, хватит одного вычеркнутого сомножителя 14. Итого сумма вычеркнутых чисел равна 11 + 13 + 14 + 17 = 55.

4. Пусть натуральные числа имеют вид x•10000 + 2006, где x € N. После вычеркивания последних цифр получим число x. По условию , где n € N. Отсюда имеем, что должно быть натуральным числом, т. е. x - делитель числа 2006. Число 2006 имеет делители: 1; 2; 17; 34; 59; 118; 2006. Следовательно, имеются числа, отвечающие условию задачи: 12006; 22006; 172006; 342006; 592006; 1182006; 20062006.

5.Решение: Имеем SDADK = SDALK, так как они имеют общее основание AK и равные высоты, совпадающие с расстоянием между параллельными прямыми AB и DC. SDADE = SDADK – SDAEK = SDALK – SDAEK = SDKLE. Аналогично, SDBCF = SDKLF. Таким образом, сумма площадей треугольников DADE и DBCF равна площади четырёхугольника EKFL.

**II тур**

1 Ответ: 5

2.Ответ: может

Замечаем, что при каждом разрезании из одного листка получаем пять, т. е. число листков увеличивается на 4. Следовательно, из исходного листа может получиться число листков вида 1 + 4*n*, где n € N, т. е. это число при делении на 4 дает остаток 1. Но 2013 = 4•503 + 1. Следовательно, 2013 листков получиться может.

3. Построим на АВ как на диаметр окружность и проведем через А и В две прямые, перпендикулярные отрезку АВ. Точка С может находится между этими прямыми вне круга.

4.Ответ : 18

Решение: Если Петя проедет 18 участков и пробежит оставшиеся 42 – 18 = 24, он затратит 18·3 + 24·9 = 270 мин. При этом Васе, наоборот, достанется проехать 24 участка, а пробежать 18, на что уйдет 24·3 + 18·11 = 270 мин — то же самое время. Если же Петя проедет меньшее число участков, то его время (и, соответственно, время команды) увеличится. Если Петя проедет большее количество участков, то увеличится время Васи (и время команды). Достаточно обозначить число проезжаемых Петей участков через x и решить уравнение

x·3 + (42 – *x*)·9 = (42 – *x*)·3 + 11*x*.

5 Ответ: 64 дм2 .

Если обозначить через S площадь удаленной части, то (172- S)-(152- S)-289 - S - 225 + S = 289-225 = 64 (дм2).

**III тур**

1 Решение: Обозначим цены: сегодня лампочка накаливания стоит *bc*, а энергосберегающая  *mc*. Вчера лампочка накаливания стоила *bv*, а энергосберегающая — *mv*. Тогда из условий задачи имеем два уравнения 3*bc* + *mc* = 5*bv*, 2*bc* + *mc* = 3*bv* + *mv*. Отсюда получаем: 5*mv* = (2*bc* + *mc* – *3bv*)5 = 10*bc* + 5*mc* – 3(3*bc* + *mc*) = *bc* + 2*mc*. То есть пять энергосберегающих вчера стоили столько же, сколько одна лампочка накаливания и две энергосберегающих сегодня.

2. Решение. Домножим обе части неравенства на 2 и преобразуем его следующим образом: 2а2+2в2+2(ав+вс+са)<0,

а2+в2+с2+2(ав+вс+са)+а2+в2−с2<0,

(а+в+с)2+а2+в2−с2<0,

а2+в2−с2<−(а+в+с)2≤0. Отсюда а2+в2−с2<0, или а2+в2< с2.

3. Решение: Покажем, что пяти машин заведомо достаточно. Будем грузить машины ящиками в любом порядке до тех пор, пока ящики не кончатся, следя лишь за тем, чтобы не наступила «перегрузка» машины. Это возможно, так как в любой момент погрузки будет хотя бы одна машина, загруженная не более чем двумя тоннами. Действительно, если бы все машины были загружены больше, чем на две тонны, то общий вес груза составлял бы больше, чем 5 • 2т=10т, что противоречит условию задачи. Эту машину можно догрузить любым ящиком, поскольку по условию задачи он весит не более тонны. Осталось показать, что четырех машин может не хватить. Например, для вывоза 13 ящиков весом т каждый, четырех машин недостаточно. Действительно, каждая машина может увезти не более трех таких ящиков, так как четыре ящика весят т > 3т. Значит, все машины увезут не больше 12 ящиков.

4. Ответ: да, принадлежит.

Решение. Координаты вершины параболы *у = х2 + вх + с* можно записать как , откуда последовательно находим *в = -2 и с = -2*.

Уравнение параболы принимает вид у = х2 – 2х – 2. Подставив координаты точки (2; -2), убеждаемся, что эта точка принадлежит графику.

5. Ответ: СМ= a(a-b)/(a+b); CM- расстояние от вершины С до искомой точки М

**IV тур**

1. Ответ:6

2. Ответ: х = 6; у = 2;z = 1;

х = 6;у=1; z = 2;

х = 8;у=3; z = 1;

х = 8;у= 1; z = 3.

Положим, ни одна из цифр не равна 0, тогда получим уравнение:

**(A)

*222х + 222у + 222z = 333х*

*222у +222z= lllx*

*2(у +z) = lllx*, значит x - четное число, у и z- не нули и не могут

одновременно равняться единице, значит *у + z>*2 и *х > 4*, поэтому x может быть 6 или 8. Тогда

*x=6; y+z=3; y=2; z=1*

*x=6; y+z=4: y=3; z=1*

Здесь у и zравноправны и могут взаимно заменяться.

2) х ≠0 ;z и у не могут быть одновременно нулями.  
Пусть у = 0, тогда (А) примет вид: ** (B)

211х + 211z=333х; 211z=122х, но(211;122)=1

исреди цифр 0, 1,2, ..., 9 нет значений х и z, удовлетворяющих (В).

3. Ответ:  - 1.

Указание: освободиться от иррациональности в знаменателе каждой дроби.

4. Ответ: 2

5. Указания: привести к виду 4а(а-1) и показать, что оно всегда делится на 8

10 класс

**I тур**

1.Расшифруйте запись (буквы обозначают цифры):

ЭН+ЕР=ГИЯ

2. Найти все натуральные числа, оканчивающиеся на 2013, которые после зачеркивания последних   четырех цифр уменьшаются в целое число раз.

3. Решите уравнение http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img1.gif.

4. Можно ли на плоскости расположить бесконечное множество одинаковых кругов так, чтобы любая прямая пересекала не более двух кругов?

5.На основаниях AB и CD трапеции ABCD взяты точки K и L. Пусть E – точка пересечения отрезков AL и DK, F – точка пересечения BL и CK. Доказать, что сумма площадей треугольников DADE и DBCF равна площади четырёхугольника EKFL.

**II тур**

1. Найдите последнюю цифру числа 62013+20136

2.Лист бумаги разрезали на 5 частей, некоторые из этих частей разрезали на 5 частей, и т. д. Может ли за некоторое число разрезаний получиться 2013 листков бумаги?

3. Решите уравнение http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img112.gif.

4. Числа http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img10.gifтаковы что http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img11.gif. Докажите, что http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img12.gif.

5. На кубе отмечены вершины и центры граней, а также проведены диагонали всех граней. Можно ли по отрезкам этих диагоналей обойти все отмеченные точки, побывав в каждой из них ровно по одному разу?

**III тур**

1.На базаре продаются лампочки, накаливания и энергосберегающие. Сегодня три лампочки накаливания и одна энергосберегающая стоят вместе столько же, сколько пять лампочек накаливания вчера. А две лампочки накаливания и одна энергосберегающая сегодня стоят вместе столько же, сколько три лампочки накаливания и одна энергосберегающие вчера. Можно ли по этим данным выяснить, что дороже: одна лампочки накаливания и две энергосберегающие сегодня, или пять энергосберегающих вчера.

2.Костя задумал натуральное число, перемножил все его цифры и результат умножил на задуманное число. Получилось 1716. Какое число задумал Костя? Найдите все возможные ответы и докажите, что других ответов нет.

3. Решите уравнение http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img17.gif.

4. В автобусе ехало не более 100 пассажиров, причем число сидящих пассажиров было в 2 раза больше числа стоящих. На остановке из автобуса вышло ровно 4% всех пассажиров. Найдите число пассажиров, оставшихся в автобусе.

5.Сколько различных пар натуральных чисел х ≤у удовлетворяют уравнению



**IV тур**

****

1.На складе имеются тюки макулатуры по 24, 23, 17 и 16 кг. Можем ли мы взять 100 кг макулатуры, не распечатывая тюки?

2. Из трех различных цифр X, Y, Z образованы всевозможные трехзначные числа. Сумма этих чисел в три раза больше трехзначного числа, каждая цифра которого есть X. Найдите цифры X, Y, Z.

3. Найти все целые положительные числа x и y, что четырехзначное число http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img26.gif— есть точный квадрат числа r, делящегося на 6.

4. Ваня хотел купить на рынке 2 яблока, 3 апельсина и 5 бананов. Однако он перепутал и купил 2 банана, 3 яблока и 5 апельсинов, потратив в точности запланированную сумму. Определить, что дороже: апельсин или банан, если известно, что яблоко дороже банана.

5. Положительные числа *а* и *в* таковы, что *ав> 2003а + 2004в*. Докажите, что Докажите, что при любом натуральном числе п число 4 *п* + 5 делится на 3

**Ответы**

**I тур**

1. Ответ: 82+94=176; 73+95=168 и др.

2. Пусть натуральные числа имеют вид x•10000 + 2006, где x € N. После вычеркивания последних цифр получим число x. По условию , где n € N. Отсюда имеем, что должно быть натуральным числом, т. е. x - делитель числа 2006. Число 2006 имеет делители: 1; 2; 17; 34; 59; 118; 2006. Следовательно, имеются числа, отвечающие условию задачи: 12006; 22006; 172006; 342006; 592006; 1182006; 20062006.

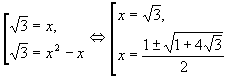
3.Решение. Один из возможных способов решения данного уравнения является введение параметра. Пусть http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img2.gif, тогда уравнение примет вид:

http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img3.gif.

Заметим, что оно является квадратным относительно а. Перепишем его в виде: http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img4.gif.

Его дискриминант равен http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img5.gif.

Тогда http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img6.gif; http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img7.gif.

Значит исходное уравнение равносильно совокупности двух уравнений 

Ответ: http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img9.gif.

4. Ответ: можно.

Решение. Например, круги можно расположить далеко друг от друга так, чтобы их центры лежали на параболе у=х2.

5.Решение.

Имеем SDADK = SDALK, так как они имеют общее основание AK и равные высоты, совпадающие с расстоянием между параллельными прямыми AB и DC. SDADE = SDADK – SDAEK = SDALK – SDAEK = SDKLE. Аналогично, SDBCF = SDKLF. Таким образом, сумма площадей треугольников DADE и DBCF равна площади четырёхугольника EKFL.

**II тур**

1 Ответ: 5

2.Ответ: может

Замечаем, что при каждом разрезании из одного листка получаем пять, т. е. число листков увеличивается на 4. Следовательно, из исходного листа может получиться число листков вида 1 + 4*n*, где n € N, т. е. это число при делении на 4 дает остаток 1. Но 2013 = 4•503 + 1. Следовательно, 2013 листков получиться может.

3.Решение. Исходное уравнение равносильно следующему: http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img113.gif.

Заметим, что уравнение имеет вид: http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img114.gif, где http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img115.gif.

http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img116.gif. http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img117.gifдля любогоhttp://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img118.gif.

Значит http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img53.gifмонотонна. Поэтому уравнение http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img119.gif.

Ответ:http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img120.gif.

4.Доказательство. Оценим каждый из множителей, применяя неравенство Коши: http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img13.gif; http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img14.gif; …, http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img15.gif.

Умножив последние n неравенств получим: http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img16.gif(т.к. http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img11.gif).

Неравенство доказано.

5. Ответ: нельзя.

Решение. Двигаясь по отрезкам диагоналей, мы проходим поочерёдно через вершины и центры граней. Но у куба 8 вершин и только 6 граней.

**III тур**

1. Решение

Обозначим цены: сегодня лампочка накаливания стоит *bc*, а энергосберегающая  *mc*. Вчера лампочка накаливания стоила *bv*, а энергосберегающая — *mv*. Тогда из условий задачи имеем два уравнения  
3*bc* + *mc* =5*bv*,2*bc* + *mc* =3*bv* + *mv*.

Отсюдаполучаем:

5*mv* = (2*bc* + *mc* – *3bv*)5 = 10*bc* + 5*mc* – 3(3*bc* + *mc*) = *bc* + 2*mc*.  
То есть пять энергосберегающих вчера стоили столько же, сколько одна лампочка накаливания и две энергосберегающих сегодня.

2.Ответ: 143. Пусть задумано число х. В разложении 1716 = 2•2• 3•11•13 есть множители 11 и 13. Эти множители не могли появиться от перемножения цифр, значит, *х* делится на 11•13 = 143. Само число 143 подходит. Теперь достаточно лишь проверить числа

2•143 = 286,

3• 143=429,

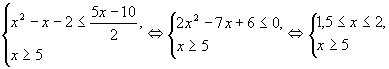
2 • 2 • 143 = 572

и 2 • 3 • 143 = 858 Других ответов среди них нет.

3Решение. ОДЗ уравнения http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img18.gif.

Используя неравенство Коши имеем: http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img19.gif; http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img20.gif; http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img21.gif; http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img22.gif; http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img23.gif.

Сложив последние неравенства получим: http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img24.gif.

Тогда: . Последняя система решений не имеет.

Ответ: корней нет.

4Ответ: Пусть в автобусе было *п*пассажиров, *п <*100 и *п* - натуральное число, тогда 4% от n  натуральное число, т.е. *п* делится на 25. По условию число сидящих пассажиров в 2 раза больше числа стоящих, значит, общее число пассажиров должно делится на 3.

Итак, среди первых ста натуральных чисел надо выбрать число, которое делится одновременно и на 3, и на 25. Это число 75. В автобусе было 75 пассажиров, 4% от них, т.е. 3 пассажира, вышли на остановке, а в автобусе остались 72 пассажира.

Ответ: 72 пассажира.

5 Ответ: Ответ: 14. Так как 70(х+у) = ху, то (х-70) (у-70) = 702

(причем 1 ≤ х-70 ≤ у-70 ≤ 702 ), а число 702 = 22 -52 -72 имеет ровно (2+1)(2+1)(2+1)=27 натуральных делителей, то количество искомых пар равно 1+26:2= 14.

**IV тур**

1.Ответ: да

2 Ответ: х = 6; у = 2;z = 1;

х = 6;у=1; z = 2;

х = 8;у =3; z = 1;

х = 8;у= 1; z = 3.

Положим, ни одна из цифр не равна 0, тогда получим уравнение:

**(A)

*222х + 222у + 222z = 333х*

*222у +222z= lllx*

*2(у +z) = lllx*, значит x - четное число, у и z- не нули и не могут

одновременно равняться единице, значит *у + z>*2 и *х > 4*, поэтому x может быть 6 или 8. Тогда

*x=6; y+z=3; y=2; z=1*

*x=6; y+z=4: y=3; z=1*

Здесь у и zравноправны и могут взаимно заменяться.

2) х ≠0 ;z и у не могут быть одновременно нулями.  
Пусть у = 0, тогда (А) примет вид: ** (B)

211х + 211z=333х; 211z=122х, но(211;122)=1

исреди цифр 0, 1,2, ..., 9 нет значений х и z, удовлетворяющих (В).

3Решение.http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img27.gif; http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img28.gif. Тогда http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img29.gif. Значит http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img30.gifи http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img31.gif.

Так как http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img32.gif, то http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img33.gif. Из чисел http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img34.gifна 4 делятся только числа 92 и 96, но http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img26.gif— точный квадрат, а значит не может оканчиваться цифрой 2. Значит остается только вариант http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img35.gif. Тогда http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img36.gif. Так как это число кратно 9, то http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img37.gifили http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img38.gif. Учитывая, что x — цифра, получим http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img39.gif.

Ответ: http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img40.gif, http://festival.1september.ru/2005_2006/articles/310634/img35.gif.

4 Ответ: Банан. 2 апельсина и 1 яблоко стоят столько же, сколько и 3 банана; отсюда следует, что два апельсина дешевле двух бананов.

5 Число 4*п*+ 5 представим как 4*п*-1+6 и т.к. 6 кратно 3, остается показать, что 4*п*- 1 делится на 3.

*4п-1=22п-1=(2п-1)(2п+1)*

Число 2*п* не делится на 3, а из трех последовательных натуральных чисел 2*п* - 1, 2*п* и 2*п* + 1 хотя бы одно делится на 3. Значит либо 2*п* - 1 либо 2*п*+ 1 делится на 3. И произведение (2*п* - 1) (2*п* + 1) будет делиться на 3.

Автор: Шатырёнок Галина Викторовна; учитель математики ГУО “Средняя школа №16 г. Полоцка”